

Agnieszka Kamińska  
Dorota Ponczek

Wymagania edukacyjne z matematyki  
dla uczniów liceum i technikum

# MATeMATyka

## Zakres podstawowy

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

**Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową dla zakresu podstawowego.

## LICZBY RZECZYWISTE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb
• rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone
• stosuje cechy podzielności liczb
• podaje dzielniki danej liczby naturalnej
• oblicza NWD i NWW
• porównuje liczby wymierne
• podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych
• zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną, odczytuje z osi liczbowej współrzędne danego punktu
• przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach
• wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz określa, czy dane przybliżenie jest przybliżeniem z nadmiarem czy z niedomiarem
• wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych, zamienia skończone rozwinięcia dziesiętne na ułamki zwykłe
• wykonuje proste działania w zbiorach liczb całkowitych, wymiernych i rzeczywistych
• oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej
• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego; włącza czynnik pod znak pierwiastka kwadratowego (proste przypadki)
• wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia

<ul style="list-style-type: none"> <li>usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu <math>\frac{1}{\sqrt{a}}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza procent danej liczby</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>konstruuje odcinki o długościach niewymiernych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci <math>a \cdot k + r</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (trudniejsze przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartość wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyłącza czynnik przed znak pierwiastka dowolnego stopnia, włącza czynnik pod pierwiastek dowolnego stopnia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu <math>\sqrt[3]{a}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (trudniejsze przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowodnienia równości wyrażeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>ocenia dokładność zastosowanego przybliżenia</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych</li> </ul>

### JĘZYK MATEMATYKI

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje symbolicznie dane zbiory</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>posługuje się pojęciami iloczynu, sumy oraz różnicy zbiorów</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza przedział opisany podanymi nierównościami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych oraz zaznacza je na osi liczbowej</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje proste nierówności liniowe, sprawdza, czy dana liczba spełnia daną nierówność</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. <math>A = \{x \in \mathbf{R}: x \geq -4 \wedge x &lt; 1\} = [-4; 1)</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyłącza wskazany jednomian przed nawias w sumie algebraicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• mnoży sumy algebraiczne przez siebie oraz redukuje wyrazy podobne w otrzymanej sumie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania prostych równań i nierówności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu <math> x =a,  x &lt;a</math></li> </ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę danych zbiorów oraz dopełnienie zbioru</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza proste dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci <math>a+b\sqrt{c}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu <math>\frac{a}{b\pm c\sqrt{d}}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności (trudniejsze przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyprowadza wzory skróconego mnożenia</li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"><li>• dowodzi podzielności liczb (trudniejsze przypadki)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów, przekształcania wyrażeń algebraicznych i własności wartości bezwzględnej</li></ul>

## UKŁADY RÓWNAŃ

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>• podaje przykładowe rozwiązania równania liniowego z dwiema niewiadomymi</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• sprawdza, czy dana para liczb spełnia dany układ równań</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• do danego równania dopisuje drugie równanie tak, aby rozwiązaniem była dana para liczb</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza wskazaną zmienną z danego równania liniowego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje układy równań metodą podstawiania (proste przypadki)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• określa, ile rozwiązań ma dany układ równań (proste przypadki)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników (proste przypadki)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania prostych zadań tekstowych</li></ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>• zapisuje w postaci układu równań podane informacje tekstowe</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• dobiera współczynniki liczbowe w układzie równań tak, aby dana para liczb była jego rozwiązaniem</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• określa, ile rozwiązań ma dany układ równań</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• dopisuje drugie równanie tak, aby układ był sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• zapisuje rozwiązanie układu nieoznaczonego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych, w tym zadań dotyczących prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych</li></ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące układów równań, w tym np. układów równań liniowych z trzema (lub więcej) niewiadomymi, oraz ich zastosowania w zadaniach tekstowych</li></ul>
---

## FUNKCJE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami
• określa funkcję różnymi sposobami (grafem, tabelą, wykresem, opisem słownym, wzorem)
• poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji
• odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji (w przypadku nieskomplikowanego wykresu)
• odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji
• na podstawie nieskomplikowanego wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
• określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji
• wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów
• wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym
• oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji
• odczytuje argument odpowiadający podanej wartości funkcji
• oblicza argument odpowiadający podanej wartości funkcji (w prostych przypadkach)
• sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych (w prostych przypadkach)
• rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem
• sporządza wykresy funkcji: $y=f(x-p)$ , $y=f(x)+q$ , $y=f(x-p)+q$ , $y=-f(x)$ , $y=f(-x)$ na podstawie danego wykresu funkcji $y=f(x)$
• stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych
• wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne
• stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań
• wyznacza współczynnik proporcjonalności
• podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, jeśli zna współrzędne punktu należącego do wykresu
• szkicuje wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$ dla danego $a > 0$ i $x > 0$

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych
• przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przypadkach
• na podstawie wykresu funkcji odczytuje rozwiązania równania $f(x) = m$ dla ustalonej wartości $m$
• na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności: $f(x) > m, f(x) < m, f(x) \geq m, f(x) \leq m$ dla ustalonej wartości $m$
• odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu $f(x) = g(x)$ , $f(x) < g(x)$ , $f(x) > g(x)$
• szkicuje wykresy funkcji spełniającej podane warunki w trudniejszych przypadkach oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach
• szkicuje wykresy funkcji, stosując przekształcenia wykresu, w trudniejszych

przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje funkcje i ich własności w sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu</li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia, że funkcja np. <math>f(x) = \frac{1}{x}</math> nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji</li> </ul>

## FUNKCJA LINIOWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu
• rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem
• oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu i odwrotnie
• wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej
• oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej
• interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej
• wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
• odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność
• wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych
• sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej
• przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie
• sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe
• stosuje warunek równoległości i prostokątności prostych
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej
• rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i metodą graficzną
• określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej
• rozpoznaje wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalne

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała
• oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych
• rozpoznaje wzajemne położenie prostych na podstawie ich równań
• sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe
• znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki



<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>analizuje własności funkcji liniowej</li> </ul>

**Poziom (W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza wzór na współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez dwa punkty</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia warunek prostokątności prostych o danych równaniach kierunkowych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej</li> </ul>

**PLANIMETRIA**

**Poziom (K) lub (P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozdziela trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dane figury są podobne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza długości boków figur podobnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia równoległość prostych, stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w prostych przypadkach</li> </ul>

**Poziom (R) lub (D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza sumę miar kątów danego wielokąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza liczbę boków wielokąta, jeśli ma daną sumę miar jego kątów wewnętrznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie do rozwiązywania zadań</li> </ul>



### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"><li>• przeprowadza dowód twierdzenia Talesa</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa oraz twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w zadaniach wymagających przeprowadzenia dowodu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawiania i podobieństwa figur</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie</li></ul>

### WSTĘP DO FUNKCJI KWADRATOWEJ

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>• szkicuje wykres funkcji <math>f(x)=ax^2</math> i podaje jej własności</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• szkicuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu funkcji <math>f(x)=ax^2</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, jeśli ma dane współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu</li></ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>• szkicuje wykres funkcji kwadratowej i podaje jej własności</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• znajduje współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• znajduje współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej własnościach, np. zbiorze wartości, maksymalnych przedziałach monotoniczności</li></ul>

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"><li>• przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej</li></ul>

### FUNKCJA KWADRATOWA

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = ax^2</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, i odczytuje z wykresu jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji kwadratowej <math>f(x) = a(x-p)^2 + q</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, i odczytuje z wykresu jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, wyznacza równanie osi symetrii paraboli</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej (z zastosowaniem wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli); szkicuje wykres danej funkcji kwadratowej oraz opisuje jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, gdy dane są współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równanie kwadratowe niepełne metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub stosując wzór skróconego mnożenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równanie kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego w zależności od współczynnika <math>a</math> i wyróżnika <math>\Delta</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, jeśli taka postać istnieje</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje nierówność kwadratową w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, znajdując punkty wspólne prostej i paraboli</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza analizę zadania tekstowego, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność lub funkcję kwadratową opisujące daną zależność i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równanie kwadratowe i nierówność kwadratową w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równania dwukwadratowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równanie, które można sprowadzić do równania kwadratowego, np. stosując podstawienie <math>t =  x , t \geq 0</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza w trudniejszych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje równania kwadratowe do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, stosując równania kwadratowe</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyprowadza wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia związki między współczynnikami funkcji kwadratowej o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej</li> </ul>

## WIELOMIANY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
• zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach
• zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
• wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
• szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
• określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
• podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów
• oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów
• stosuje wzory na sześciang sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześciang
• przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia
• rozkłada w prostych przypadkach wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
• rozwiązuje proste równanie wielomianowe
• podaje w prostych przypadkach przykład wielomianu, znając jego stopień i pierwiastek
• wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach
• dzieli wielomian przez dwumian $x - a$
• sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
• zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$
• sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia
• wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$
• określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych
• sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki; rozwiązuje równanie wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu w prostych przypadkach
• opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
• stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów
• stosuje wzory $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$ oraz $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$
• rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
• rozkłada wielomian na czynniki w zadaniach różnych typów
• sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia
• dzieli wielomian przez dwumian $x - a$ , stosując schemat Hornera
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące podzielności wielomianu
• rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania wielomianowe, stosując twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu
• rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"><li>• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci <math>x - a</math> (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielomianów</li></ul>

### FUNKCJE WYMIERNE

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>• szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie <math>a \neq 0</math>, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• przesuwa wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, wzdłuż osi <math>OX</math> albo wzdłuż osi <math>OY</math>, podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• dobiera wzór funkcji do jej wykresu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• upraszcza wyrażenia wymierne w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje równania wymierne w prostych przypadkach, podaje i uwzględnia założenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych</li></ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>• szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, w podanym zbiorze w trudniejszych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza współczynnik <math>a</math> tak, aby funkcja <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> spełniała podane warunki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x-p} + q</math>, gdzie <math>x \in R \setminus \{p\}</math> i <math>a \neq 0</math>, i wyznacza równania jej asymptot</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w trudniejszych przypadkach i podaje odpowiednie założenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• określa dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje ułamek lub pierwiastek</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych, wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje równania wymierne w trudniejszych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• podaje interpretację geometryczną rozwiązania równania wymiernego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności</li></ul>

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca wzór funkcji danej w postaci <math>f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}</math> do postaci <math>f(x) = \frac{r}{x-p} + q</math> oraz szkicuje jej wykres</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje i wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>

## TRYGONOMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory: <math>\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha</math>, <math>\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha</math>, <math>\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha</math> do obliczania wartości wyrażenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: <math>P = \frac{1}{2} a h</math> oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku <math>a</math>: <math>P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozdziela czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pola czworokątów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach</li> </ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów w zadaniach praktycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych <math>\alpha</math> i <math>90^\circ - \alpha</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens kąta; znając wartość tangensa kąta wypukłego, rysuje ten kąt w układzie współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności wzór na pole trójkąta:  <math display="block">P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma</math> </li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór Herona do obliczania pola trójkąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia związki miarowe w czworokątach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• dowodzi prawdziwości wzoru <math>P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma</math></li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach</li> </ul>

### PLANIMETRIA

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje kąty środkowe w okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole koła i pole wycinka koła</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje własności wielokątów foremnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremnym w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta</li> </ul>



### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego
• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
• stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach
• stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
• stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach
• stosuje wzory $P = \frac{abc}{4R}$ i $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$ do obliczania pola trójkąta
• uzasadnia wzory $P = \frac{abc}{4R}$ i $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$
• bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
• stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności
• zna i potrafi wykonać konstrukcję pięciokąta foremnego
• przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu oraz o kątach wpisanych, opartych na tym samym łuku
• przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
• uzasadnia zależność między długością boku a promieniem okręgu opisanego na wielokącie foremnym lub wpisanego w wielokąt foremny
• przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów
• rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności
• udowadnia, że symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie
• udowadnia, że dwusieczne kątów wewnętrznych trójkąta przecinają się w jednym punkcie

## FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

● zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
● oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
● zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku rzeczywistym
● upraszcza wyrażenia, stosując twierdzenia o działaniach na potęgach – w prostych przypadkach
● oblicza wartości danej funkcji wykładniczej dla podanych argumentów
● sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej
● wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu-oraz szkicuje ten wykres
● szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności
● szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji wykładniczej wzdłuż osi układu współrzędnych albo przez symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
● oblicza logarytm danej liczby



● stosuje równości wynikające z definicji logarytmu – do prostych obliczeń
● odczytuje z tablic przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych
● stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami – w prostych przypadkach
● szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności
● wyznacza wzór funkcji logarytmicznej, gdy dane są współrzędne punktu należącego do jej wykresu
● wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie – w prostych przypadkach
● szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji logarytmicznej wzdłuż osi układu współrzędnych albo symetrię względem osi układu współrzędnych
● rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym, korzystając z własności funkcji wykładniczej lub funkcji logarytmicznej – w prostych przypadkach

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● upraszcza wyrażenia, stosując twierdzenia o działaniach na potęgach – w trudniejszych przypadkach
● porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej – w trudniejszych przypadkach
● szkicuje wykres funkcji, stosując złożenie przekształceń
● odczytuje z wykresu funkcji wykładniczej zbiór rozwiązań nierówności
● wyjaśnia, jak należy przekształcić wykres funkcji, aby otrzymać wykres innej funkcji
● wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu; podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu i liczby logarytmowanej
● stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
● odczytuje z wykresu funkcji logarytmicznej zbiór rozwiązań nierówności
● wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczących wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego
● rozwiązuje zadania dotyczące monotoniczności funkcji logarytmicznej, w tym zadania z parametrem
● udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby, np. $\log_2 3$

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

● rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej
● udowadnia twierdzenia o działaniach na logarytmach

### GEOMETRIA ANALITYCZNA

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

● oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych
● stosuje wzór na odległość punktów w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach
● wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
● stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
● oblicza odległość punktu od prostej

● stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
● podaje równanie okręgu o danych środku i promieniu
● podaje współrzędne środka i promień okręgu, korzystając z postaci kanonicznej równania okręgu
● wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt
● sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu
● podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami
● podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, z których jedno jest równaniem okręgu lub paraboli, a drugie równaniem prostej – w prostych przypadkach
● rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne
● wyznacza współrzędne obrazów punktów w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych lub symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach
● stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach
● określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami
● stosuje w zadaniach równanie okręgu – w bardziej złożonych przypadkach
● stosuje w zadaniach własności stycznej do okręgu – w bardziej złożonych przypadkach
● rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których jedno jest równaniem okręgu lub paraboli, a drugie – równaniem prostej; podaje ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach
● stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań dotyczących okręgów i wielokątów – w bardziej złożonych przypadkach
● stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w trudniejszych przypadkach

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

● rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej – o znacznym stopniu trudności
--

### CIĄGI

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

● wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
● wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
● szkicuje wykres ciągu
● wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
● wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym
● wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach
● podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
● uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
● wyznacza wyraz $a_{n+1}$ ciągu określonego wzorem ogólnym
● bada monotoniczność ciągu – w prostych przypadkach
● wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie
● wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny – w prostych przypadkach
● podaje przykłady ciągów arytmetycznych

● wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
● określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
● wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
● stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
● sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach
● oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
● podaje przykłady ciągów geometrycznych
● wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
● wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
● określa monotoniczność ciągu geometrycznego
● sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach
● oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
● stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach
● oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji
● oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach
● bada monotoniczność ciągów
● wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest jego wzór ogólny – w trudniejszych przypadkach
● rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
● rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
● stosuje własności ciągu arytmetycznego oraz wzory na sumę jego wyrazów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności, w tym w zadaniach tekstowych
● wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach
● rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach
● stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego – w zadaniach różnego typu
● rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami
● stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę $n$ początkowych wyrazów tych ciągów, również w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym – w trudniejszych przypadkach

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

● rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
---

### STATYSTYKA

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
odczytuje informacje ze skali centylowej – w prostych przypadkach
oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych

oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami
--

**Poziom (R) lub (D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami
odczytuje informacje ze skali centylowej – w trudniejszych przypadkach
wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach
oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami
oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami
rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach

**Poziom (W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki
--

## **RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA**

**Poziom (K) lub (P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia
• stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w typowych sytuacjach
• przedstawia drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia – w prostych sytuacjach
• wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru
• wykonuje obliczenia, stosując definicję silni
• oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w prostych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w prostych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w prostych sytuacjach
• stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w prostych sytuacjach
• określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia
• opisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu
• określa zdarzenia: przeciwne, niemożliwe, pewne i wykluczające się
• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w typowych sytuacjach
• oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach
• podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutów kostką, monetą
• przedstawia za pomocą tabeli rozkład zmiennej losowej
• oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w prostych przypadkach

**Poziom (R) lub (D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w złożonych sytuacjach
• wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa</li> </ul>

### GRANIASTOSŁUPY I OSTROSŁUPY

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu; sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa oraz ostrosłupa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza objętość graniastosłupa prostego i ostrosłupa prawidłowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza na rysunku prostopadłościanu jego przekroje</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole danego przekroju – w prostych sytuacjach</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii) – w trudnych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pola przekrojów prostopadłościanu, również z wykorzystaniem trygonometrii</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielościanów i ich przekrojów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach</li> </ul>

## BRYŁY OBROTOWE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>zaznacza przekrój osiowy walca i stożka oraz przekroje kuli</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>oblicza pole powierzchni i objętość bryły obrotowej – w prostych sytuacjach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca i stożka – w prostych sytuacjach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w prostych sytuacjach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – w prostych przypadkach</li></ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w złożonych sytuacjach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wykorzystuje podobieństwo brył i skalę podobieństwa brył podobnych podczas rozwiązywania zadań</li></ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w bryłach obrotowych</li></ul>

## PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza proste dowody, stosując metodę równoważnego przekształcania tezy</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>uzasadnia niewymierność liczby, stosując dowód nie wprost w prostych sytuacjach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich</li></ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb całkowitych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności (np. wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy – w trudnych sytuacjach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności figur płaskich</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza dowody nie wprost – w trudnych sytuacjach</li></ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza dowody wymagające wiedzy opisanej na poziomie (W) z innych działów</li></ul>
---

## POWTÓRZENIE

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości zostały opisane przy poszczególnych rozdziałach.

