

Agnieszka Kamińska
Dorota Ponczek

Wymagania edukacyjne z matematyki
dla uczniów liceum i technikum

MATeMATyka

Zakres rozszerzony

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

Pogrubieniem oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową.

LICZBY RZECZYWISTE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb
• rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze (proste przypadki)
• rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone
• stosuje cechy podzielności liczb
• podaje dzielniki danej liczby naturalnej
• znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb
• porównuje liczby wymierne
• podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych
• zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną, odczytuje z osi liczbowej współrzędne danego punktu
• przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach
• wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz oblicza błąd przybliżenia
• wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych, zamienia ułamki dziesiętne o skończonym rozwinięciu dziesiętnym na ułamki zwykłe
• wykonuje proste działania w zbiorach liczb: całkowitych, wymiernych i rzeczywistych
• oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej
• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego
• wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie

twierdzenia
<ul style="list-style-type: none"> usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{1}{\sqrt{a}}$
<ul style="list-style-type: none"> przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> szacuje wartości liczb niewymiernych
<ul style="list-style-type: none"> zapisuje i odczytuje liczbę w notacji wykładniczej
<ul style="list-style-type: none"> oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
<ul style="list-style-type: none"> zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
<ul style="list-style-type: none"> zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie
<ul style="list-style-type: none"> upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> interpretuje pojęcia procentu i punktu procentowego
<ul style="list-style-type: none"> oblicza procent danej liczby
<ul style="list-style-type: none"> oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent
<ul style="list-style-type: none"> posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
<ul style="list-style-type: none"> przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych (trudniejsze przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci $a \cdot k + r$
<ul style="list-style-type: none"> konstruuje odcinki o długościach niewymiernych
<ul style="list-style-type: none"> wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (trudniejsze przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
<ul style="list-style-type: none"> porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach
<ul style="list-style-type: none"> wyłącza czynnik przed znak pierwiastka dowolnego stopnia, włącza czynnik pod znak pierwiastka dowolnego stopnia
<ul style="list-style-type: none"> usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\sqrt[3]{a}$
<ul style="list-style-type: none"> upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (trudniejsze przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadnienia równości wyrażeń
<ul style="list-style-type: none"> oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb
<ul style="list-style-type: none"> udowadnia prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych (całkowitych)

<ul style="list-style-type: none"> dowodzi niewymierności niektórych liczb, np. $\sqrt{2}, \sqrt{3}$
<ul style="list-style-type: none"> dowodzi, że suma (iloczyn) liczby wymiernej i niewymiernej jest liczbą niewymierną
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych

JĘZYK MATEMATYKI

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony
<ul style="list-style-type: none"> opisuje symbolicznie dane zbiory
<ul style="list-style-type: none"> wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące
<ul style="list-style-type: none"> posługuje się pojęciem iloczynu, sumy oraz różnicy zbiorów
<ul style="list-style-type: none"> zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza przedział opisany podanymi nierównościami
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych oraz zaznacza je na osi liczbowej
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje proste nierówności liniowe, sprawdza, czy dana liczba spełnia daną nierówność
<ul style="list-style-type: none"> zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej
<ul style="list-style-type: none"> zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. $A = \{x \in \mathbf{R}: x \geq -4 \wedge x < 1\} = [-4; 1)$
<ul style="list-style-type: none"> wyłącza wskazany jednomian przed nawias w sumie algebraicznej
<ul style="list-style-type: none"> mnoży sumy algebraiczne przez siebie oraz redukuje wyrazy podobne w otrzymanej sumie
<ul style="list-style-type: none"> zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania prostych równań i nierówności
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej
<ul style="list-style-type: none"> stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu $x =a, x <a$
<ul style="list-style-type: none"> stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności typu $x-3 =3, x+4 \leq 1$

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> wyznacza iloczyn, sumę i różnicę danych zbiorów oraz dopełnienie zbioru
<ul style="list-style-type: none"> zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą
<ul style="list-style-type: none"> wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych
<ul style="list-style-type: none"> zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych
<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych
<ul style="list-style-type: none"> stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych
<ul style="list-style-type: none"> stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach $a+b\sqrt{c}$
<ul style="list-style-type: none"> usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{a}{b\pm c\sqrt{d}}$

<ul style="list-style-type: none"> • stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności (trudniejsze przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
<ul style="list-style-type: none"> • upraszcza wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza przedziały liczbowe określone za pomocą wartości bezwzględnej
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną typu $2x-3 =5$, $3x+1 >7$, $\sqrt{x^2+4x+4}\leq 2$
<ul style="list-style-type: none"> • zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne spełniają warunki zapisane za pomocą wartości bezwzględnej
<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza wzory skróconego mnożenia

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • formułuje i sprawdza hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach
<ul style="list-style-type: none"> • dowodzi podzielności liczb w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów i własności wartości bezwzględnej

UKŁADY RÓWNAŃ

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • podaje przykładowe rozwiązania równania liniowego z dwiema niewiadomymi
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, czy podana para liczb spełnia dany układ równań
<ul style="list-style-type: none"> • do danego równania dopisuje drugie równanie tak, aby rozwiązaniem była dana para liczb
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wskazaną zmienną z danego równania liniowego
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje układy równań metodą podstawiania (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • określa, ile rozwiązań ma dany układ równań w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania prostych zadań tekstowych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • zapisuje w postaci układu równań podane informacje tekstowe
<ul style="list-style-type: none"> • doбира współczynniki liczbowe w układzie równań tak, aby dana para liczb była jego rozwiązaniem
<ul style="list-style-type: none"> • określa, ile rozwiązań ma dany układ równań
<ul style="list-style-type: none"> • dopisuje drugie równanie tak, aby układ był sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia
<ul style="list-style-type: none"> • zapisuje rozwiązanie układu nieoznaczonego
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych, w tym zadań dotyczących prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące układów równań, np. układy równań z trzema niewiadomymi, układy równań z parametrem
<ul style="list-style-type: none">stosuje układy równań w trudniejszych zadaniach tekstowych

FUNKCJE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami
<ul style="list-style-type: none">określa funkcję różnymi sposobami (grafem, wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym)
<ul style="list-style-type: none">poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji
<ul style="list-style-type: none">odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji (w przypadku nieskomplikowanego wykresu)
<ul style="list-style-type: none">odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji
<ul style="list-style-type: none">na podstawie nieskomplikowanego wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
<ul style="list-style-type: none">określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji
<ul style="list-style-type: none">wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów
<ul style="list-style-type: none">wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym
<ul style="list-style-type: none">oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji
<ul style="list-style-type: none">odczytuje argument odpowiadający podanej wartości funkcji (w prostych przypadkach)
<ul style="list-style-type: none">sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem
<ul style="list-style-type: none">wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych (w prostych przypadkach)
<ul style="list-style-type: none">rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem
<ul style="list-style-type: none">posługuje się pojęciem wektora i wektora przeciwnego
<ul style="list-style-type: none">oblicza współrzędne wektora
<ul style="list-style-type: none">sporządza wykresy funkcji: $y=f(x-p)$, $y=f(x)+q$, $y=f(x-p)+q$, $y=-f(x)$, $y=f(-x)$ na podstawie danego wykresu funkcji $y=f(x)$
<ul style="list-style-type: none">sporządza wykres funkcji: $y= f(x)$, jeśli ma dany wykres funkcji $y=f(x)$ (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none">stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych
<ul style="list-style-type: none">wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne
<ul style="list-style-type: none">stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań
<ul style="list-style-type: none">wyznacza współczynnik proporcjonalności
<ul style="list-style-type: none">podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, jeśli zna współrzędne punktu należącego do wykresu
<ul style="list-style-type: none">szkicuje wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$ dla danego $a > 0$ i $x > 0$

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych
<ul style="list-style-type: none"> przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przykładach
<ul style="list-style-type: none"> na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ dla ustalonej wartości m
<ul style="list-style-type: none"> na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności: $f(x) > m, f(x) < m, f(x) \geq m, f(x) \leq m$ dla ustalonej wartości m
<ul style="list-style-type: none"> odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu: $f(x) = g(x), f(x) < g(x), f(x) > g(x)$
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza współrzędne początku lub końca wektora, jeśli ma dane współrzędne wektora i jednego z punktów
<ul style="list-style-type: none"> znajduje obraz figury w przesunięciu o dany wektor
<ul style="list-style-type: none"> zapisuje wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przesunięcia o dany wektor
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania kilku operacji, jeśli ma dany wykres funkcji $y = f(x)$
<ul style="list-style-type: none"> sporządza wykres funkcji: $y = f(x)$, jeśli ma dany wykres funkcji $y = f(x)$
<ul style="list-style-type: none"> stosuje funkcje i ich własności w sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> na podstawie definicji bada monotoniczność funkcji danej wzorem
<ul style="list-style-type: none"> udowadnia, że funkcja np. $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji

FUNKCJA LINIOWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu
<ul style="list-style-type: none"> rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej
<ul style="list-style-type: none"> interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalne
<ul style="list-style-type: none"> odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych

<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> • przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i metodą graficzną
<ul style="list-style-type: none"> • określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe
<ul style="list-style-type: none"> • znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
<ul style="list-style-type: none"> • opisuje za pomocą układu nierówności liniowych zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania i nierówności liniowe z parametrem
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności funkcji liniowej do rozwiązywania zadań tekstowych osadzonych w kontekście praktycznym
<ul style="list-style-type: none"> • analizuje własności funkcji liniowej

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje układ równań z parametrem
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym przechodzącej przez dany punkt
<ul style="list-style-type: none"> • udowadnia warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych

PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne
• stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie w prostych przypadkach
• sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt
• udowadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania (proste przypadki)
• wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań
• udowadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki)
• zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań
• sprawdza, czy dane figury są podobne
• oblicza długości boków figur podobnych
• stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
• wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne
• rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
• udowadnia równoległość prostych stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie
• stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych
• rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów
• rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie do rozwiązywania zadań

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
• przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie
• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
• stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w zadaniach wymagających przeprowadzenia dowodu
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństwa figur

FUNKCJA KWADRATOWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• szkicuje wykres funkcji $f(x)=ax^2$ i podaje jej własności
• sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej
• szkicuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności
• ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu funkcji $f(x)=ax^2$
• przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie
• oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego
• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii
• znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu
• rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia
• określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
• rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
• wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
• przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, o ile taka postać istnieje
• odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
• rozwiązuje nierówności kwadratowe
• rysuje wykres funkcji $y = f(x) $, gdy dany jest wykres funkcji kwadratowej $y = f(x)$

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• szkicuje wykres funkcji kwadratowej i podaje jej własności
• znajduje współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu
• znajduje współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej własnościach, np. zbiorze wartości, maksymalnych przedziałach monotoniczności
• rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną
• znajduje iloczyn, sumę, różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych
• szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej
• wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
• wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego
• szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania więcej niż dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej

ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozwiązuje równania kwadratowe, stosując poznane metody i wzory
• wyznacza argument, dla którego funkcja kwadratowa przyjmuje daną wartość
• przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej i podaje jego pierwiastki
• rozwiązuje nierówności kwadratowe
• zaznacza na osi liczbowej iloczyn i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych
• rozwiązuje równania dwukwadratowe
• rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
• rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których obydwa równania są równaniami paraboli, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
• stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego
• stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza w prostych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
• przeprowadza analizę zadania tekstowego i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych
• stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji, w której wzorze występują pierwiastki kwadratowe
• rozwiązuje układy równań, z których co najmniej jedno jest równaniem paraboli, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania w trudniejszych przypadkach
• zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności
• stosując wzory Viète'a, oblicza wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego
• układa równanie kwadratowe, którego pierwiastki spełniają określone warunki
• rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem spełniające podane warunki
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej
• stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych
• rozwiązuje zadania tekstowe w trudniejszych przypadkach
• wyprowadza wzory Viète'a

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej, w tym zadania z parametrem

WIELOMIANY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
• zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
• wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień

• szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
• określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
• podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów
• stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześciąt
• rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
• rozwiązuje proste równania wielomianowe
• wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach
• dzieli wielomian przez dwumian $x - a$
• sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
• zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$
• wyznacza wartość parametru tak, aby dane wielomiany były równe w prostych przypadkach
• sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia
• sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki
• określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu o współczynnikach całkowitych
• rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w prostych przypadkach
• wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej
• znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność
• szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa
• dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu
• rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu
• opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu, wyznacza dziedzinę i rozwiązuje zadanie tekstowe w prostych przypadkach
• oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
• określa stopień wielomianu w zależności od parametru
• oblicza sumę współczynników wielomianu
• stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów; określa stopień wielomianu wielu zmiennych
• wykonuje działania na wielomianach w trudniejszych przypadkach
• stosuje wzory $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$ oraz $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$
• stosuje wzory $a^3 \pm b^3$ do usuwania niewymierności z mianownika
• rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
• stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów
• rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie
• dzieli wielomian przez inny wielomian i zapisuje go w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r(x)$
• sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia
• dzieli wielomian przez dwumian $x - a$, stosując schemat Hornera
• wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, gdy podane są określone warunki

<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączając wspólny czynnik przed nawias w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres wielomianu po wyznaczeniu jego pierwiastków
<ul style="list-style-type: none"> stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków
<ul style="list-style-type: none"> wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania z parametrem, korzystając z równań i nierówności wielomianowych
<ul style="list-style-type: none"> opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji; wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego
<ul style="list-style-type: none"> stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu
<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku

FUNKCJE WYMIERNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a \neq 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
<ul style="list-style-type: none"> przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, o wektor, podaje jej własności oraz podaje równania asymptot jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, aby otrzymać wykres $y = \frac{a}{x-p} + q$ w prostych przypadkach; szkicuje wykres funkcji $y = \frac{a}{x-p} + q$
<ul style="list-style-type: none"> dobiera wzór funkcji do jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej, korzystając z jej postaci kanonicznej
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
<ul style="list-style-type: none"> upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne
<ul style="list-style-type: none"> wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje, również graficznie, nierówności wymierne w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem
<ul style="list-style-type: none"> • przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji $y = f(x)$, $y = f(x)$ i $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją homograficzną, i opisuje ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych, podaje odpowiednie założenia i zapisuje je w najprostszej postaci w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia
<ul style="list-style-type: none"> • przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania i nierówności wymierne
<ul style="list-style-type: none"> • znajduje współrzędne punktów wspólnych hiperboli i prostej
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje układy nierówności wymiernych
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując wyrażenia wymierne, oraz zadania dotyczące związku między drogą, prędkością i czasem

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje ich wykresy i podaje własności
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza liczbę rozwiązań równań $f(x) = m$, $f(x) = m$ i $f(x) = m$, gdzie f jest funkcją homograficzną, w zależności od parametru m
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności

TRYGONOMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa w prostych
--

przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30°, 45°, 60° odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku stosuje wzory: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$, $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$ do obliczania wartości wyrażenia oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2} a h$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku a: $P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ rozdziela czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów w prostych przypadkach wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> wyznacza w trudniejszych przypadkach długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów i w zadaniach praktycznych stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych α i $90^\circ - \alpha$ wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta przekształca w trudniejszych przypadkach wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens lub cotangens kąta uzasadnia, że podana równość jest tożsamością trygonometryczną wykorzystuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania zadań stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$
--

<ul style="list-style-type: none"> wyprowadza wzór $P = \frac{1}{2} ab \sin y$
<ul style="list-style-type: none"> oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
<ul style="list-style-type: none"> uzasadnia niektóre własności czworokątów

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
<ul style="list-style-type: none"> uzasadnia związki miarowe w czworokątach
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach

PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
<ul style="list-style-type: none"> oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> oblicza pole koła i pole wycinka koła
<ul style="list-style-type: none"> oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu
<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> opisuje własności wielokątów foremnych
<ul style="list-style-type: none"> oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych
<ul style="list-style-type: none"> oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremny w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta |
|---|

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- | |
|---|
| • wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach |
| • oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego |
| • wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań |
| • korzysta z własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań |
| • stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach |
| • stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach |
| • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie |
| • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt |
| • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na czworokącie |
| • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w czworokąt |
| • stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym |
| • przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu, opartych na tym samym łuku |

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- | |
|--|
| • przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu |
| • udowadnia zależności w trójkątach i czworokątach o podwyższonym stopniu trudności |
| • udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności, także z zastosowaniem trygonometrii |
| • przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów |
| • rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności |

FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- | |
|--|
| • zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie i wykładniku rzeczywistym |
| • upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach |
| • oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów |
| • sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej |
| • wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres |
| • szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności |
| • szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności |
| • oblicza logarytm danej liczby |
| • stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń |
| • stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach |
| • szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności |
| • oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji |
| • wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie |

<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje w prostych przypadkach wykresy funkcji $y = f(x)$, $y = f(x)$, gdy dany jest wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej $y = f(x)$
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • porównuje liczby przedstawione w postaci potęg w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń, w tym wykresy funkcji $y = f(x)$, $y = f(x)$ w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z wykresu i własności funkcji wykładniczej
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu i monotoniczności funkcji wykładniczej
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu i własności funkcji logarytmicznej
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej
<ul style="list-style-type: none"> • zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisanych z wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie
<ul style="list-style-type: none"> • udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby np. $\log_2 3$

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej
<ul style="list-style-type: none"> • udowadnia twierdzenia o logarytmach, w szczególności twierdzenie o działaniach na logarytmach i twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu

FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> ● oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
<ul style="list-style-type: none"> ● zaznacza kąt w układzie współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> ● określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
<ul style="list-style-type: none"> ● oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 90°, 120°, 135°, 150°

● określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta
● wykorzystuje funkcje trygonometryczne – w prostych przypadkach
● zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360^\circ + \alpha$, $k \in \mathbb{Z}$
● zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie
● odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu
● szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
● szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
● szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi OX
● szkicuje wykresy funkcji $y = af(x)$ oraz $y = f(x) $, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności – w prostych przypadkach
● uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia
● oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
● wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
● stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – w prostych przypadkach
● zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$, gdzie $k \in \mathbb{Z}$
● stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów
● rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne
● posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczania miary kąta w podanym przedziale, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: -90° , 315° , 1080°
● stosuje w zadaniach funkcje trygonometryczne – w trudniejszych przypadkach
● wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
● szkicuje wykres funkcji okresowej
● stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
● stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej
● szkicuje wykresy funkcji $y = f(ax)$ oraz $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności
● na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa ich własności
● stosuje w zadaniach wykresy funkcji trygonometrycznych
● oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens
● udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia – w trudniejszych zadaniach
● stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
● stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych
● stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych, wyznaczania zbioru wartości funkcji złożonej i obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

● wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego kąta
● rozwiązuje zadania dotyczące funkcji trygonometrycznych – o znacznym stopniu trudności
● rozwiązuje nierówności trygonometryczne, stosując odpowiednie podstawienia

GEOMETRIA ANALITYCZNA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

● oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych
● stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach
● wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
● stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
● oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi
● stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
● podaje równanie okręgu o danym środku i promieniu
● podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej
● wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt
● podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami
● opisuje koło w układzie współrzędnych
● sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)
● rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną
● wykonuje działania na wektorach
● sprawdza, czy wektory są równoległe
● stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
● stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
● wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
● rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne
● wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej
● stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach
● stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach
● sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
● wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg
● stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie

● określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami
● wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem
● stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów
● podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia
● opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny
● stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach
● stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

● wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie
● rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności

CIĄGI

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

● wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
● wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
● szkicuje wykres ciągu
● wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
● wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach
● podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
● uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
● wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym
● bada monotoniczność ciągu – w prostszych przypadkach
● wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie oraz wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny – w prostych przypadkach
● wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów, i bada ich monotoniczność – w prostych przypadkach
● podaje przykłady ciągów arytmetycznych
● wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
● określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
● wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
● stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
● sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach
● oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
● podaje przykłady ciągów geometrycznych
● wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
● wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
● określa monotoniczność ciągu geometrycznego
● sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach
● oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
● wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach
● stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach
● oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji

● oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach
● ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość
● ustala liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości – w prostych przypadkach
● podaje granice ciągów $a_n = q^n$, gdy $q \in (-1; 1)$, $a_n = \frac{1}{n^k}$, gdy $k > 0$ oraz $a_n = \sqrt[n]{a}$, gdy $a > 0$
● rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
● stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów: $a_n = q^n$ dla $q > 1$ oraz $a_n = n^k$ dla $k > 0$
● oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w prostych przypadkach
● sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny
● oblicza sumę szeregu geometrycznego – w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach
● bada monotoniczność ciągów
● rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
● rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
● rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach
● stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu
● uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
● stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę n początkowych wyrazów tych ciągów, również osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie
● rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami
● oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w trudniejszych przypadkach
● stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów
● uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy
● oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach
● wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny
● stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów
● rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
● zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

● rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
● rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
● wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru
● uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej

RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

● uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie. np. na podstawie jej wykresu – w prostych przypadkach
● oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach – w prostych przypadkach
● oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
● wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
● wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
● wyznacza granice funkcji w nieskończoności – w prostych przypadkach
● wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w prostych przypadkach
● sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie – w prostych przypadkach
● oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w prostych przypadkach
● stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią OX – w prostych przypadkach
● wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
● wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie
● stosuje twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji – w prostych przypadkach
● wyznacza wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę – w prostych przypadkach
● stosuje pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał – w prostych przypadkach
● korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów
● podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
● wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
● uzasadnia, że dany wielomian nie ma ekstremum
● wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym – w prostych przypadkach
● rozwiązuje zadania optymalizacyjne – w prostych przypadkach
● podaje i stosuje schemat badania własności funkcji
● szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie
● uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
● oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci $y = \sqrt{f(x)}$ oraz granice funkcji trygonometrycznych
● stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
● oblicza granice funkcji w nieskończoności
● wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w trudniejszych przypadkach
● bada ciągłość funkcji
● wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale
● stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji

i wyznaczania jego przybliżonej wartości
● oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w trudniejszych przypadkach
● stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX – w trudniejszych przypadkach
● uzasadnia istnienie pochodnej funkcji w punkcie
● stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie
● wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki
● wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych
● wyznacza pochodną funkcji złożonej
● stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji
● wyznacza przedziały monotoniczności funkcji – w trudniejszych przypadkach
● uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
● wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
● wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach
● uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
● rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji
● wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym
● rozwiązuje zadania optymalizacyjne
● bada własności funkcji i szkicuje jej wykres

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

● wyprowadza wzory na pochodne funkcji
● wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji
● wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji
● rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności

STATYSTYKA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

● oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
● odczytuje informacje ze skali centylowej – w prostych przypadkach
● oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych
● oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami
● odczytuje informacje ze skali centylowej – w trudniejszych przypadkach
● wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach
● oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami

● oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami
● rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

● rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki
--

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

● wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia
● stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w typowych sytuacjach
● przedstawia drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia – w prostych sytuacjach
● wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru
● wykonuje obliczenia, stosując definicję silni
● oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w prostych sytuacjach
● oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w prostych sytuacjach
● oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w prostych sytuacjach
● oblicza wartość symbolu Newtona
● oblicza liczbę kombinacji – w prostych sytuacjach
● stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek – w prostych sytuacjach
● wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań o niewielkim stopniu trudności
● określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia
● wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu
● określa zdarzenia: przeciwne, niemożliwe, pewne i wykluczające się
● wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – w prostych sytuacjach
● stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w typowych sytuacjach
● podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką
● oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
● stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach
● oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w prostych sytuacjach
● sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym – w prostych sytuacjach
● oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w prostych sytuacjach
● stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny – w prostych przypadkach
● ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa
● oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego
● stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania k sukcesów w n próbach – w prostych przypadkach
● podaje rozkład zmiennej losowej i przedstawia go za pomocą tabeli – w prostych przypadkach
● oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w prostych przypadkach
● rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia

spełniających dany warunek – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę kombinacji – w złożonych sytuacjach
• stosuje własności trójkąta Pascala
• wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczenia współczynników wielomianów
• uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona
• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w złożonych sytuacjach
• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w złożonych sytuacjach
• stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń
• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
• oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w złożonych sytuacjach
• oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w złożonych sytuacjach
• ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń
• stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzenia
• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania k sukcesów w n próbach – w złożonych sytuacjach
• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania co najmniej k sukcesów w n próbach
• podaje rozkład zmiennej losowej – w złożonych sytuacjach
• oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w trudnych przypadkach
• rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa – w złożonych sytuacjach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące własności prawdopodobieństwa
• udowadnia wzór Bayesa
• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń

GRANIASTOSŁUPY I OSTROŚŁUPY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne
• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę
• określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu; sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi
• wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)
• oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa
• rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu
• oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego – w prostych przypadkach
• oblicza objętość graniastosłupa prostego i ostrosłupa prawidłowego
• wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy
• wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – w prostych przypadkach
• wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu – w prostych przypadkach
• rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną
• stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych

w prostopadłościanach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu – w typowych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • na rysunku prostopadłościanu (sześcianu) i ostrosłupa prawidłowego zaznacza ich przekroje – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pole danego przekroju graniastosłupa lub ostrosłupa prawidłowego – w prostych sytuacjach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu – w złożonych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem (również z wykorzystaniem trygonometrii)
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii)
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pola przekrojów prostopadłościanu i ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii)
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pola przekrojów prostopadłościanu lub ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii) – w złożonych sytuacjach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów oraz ich przekrojów (również z wykorzystaniem trygonometrii)
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach

BRYŁY OBROTOWE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)
<ul style="list-style-type: none"> • zaznacza przekrój osiowy walca i stożka oraz przekroje kuli
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pole powierzchni i objętość bryły obrotowej – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca i stożka – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w złożonych sytuacjach
--

<ul style="list-style-type: none"> rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli
<ul style="list-style-type: none"> rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu
<ul style="list-style-type: none"> rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku
<ul style="list-style-type: none"> rysuje odpowiednie przekroje i rozwiązuje zadania dotyczące brył obrotowych i wielościanów wpisanych w inne wielościany
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje podobieństwo brył i skalę podobieństwa podczas rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> opisuje funkcją jednej zmiennej pole powierzchni lub objętość bryły i określa jej dziedzinę oraz wyznacza jej największą albo najmniejszą wartość (zadania optymalizacyjne)

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (również z wykorzystaniem trygonometrii)
<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w bryłach obrotowych
<ul style="list-style-type: none"> wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni bocznej stożka ściętego

PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb całkowitych
<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza proste dowody, stosując metodę równoważnego przekształcania tezy
<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb całkowitych
<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności, wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną
<ul style="list-style-type: none"> stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy – w trudnych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza trudne dowody dotyczące własności figur płaskich

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza dowód nie wprost (np. dotyczący liczb pierwszych)
--

POWTÓRZENIE

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości zostały opisane przy poszczególnych rozdziałach.